

# Processi di diffusione \*\*\*

Prof. Paolo Guiotto<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Università di Padova  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata  
Email: [parsifal@math.unipd.it](mailto:parsifal@math.unipd.it)

**Calendario:** 30 ore, Mercoledì (aula 1AD50) e giovedì (aula 2AB45) dalle 16.25 alle 18.00, Torre Archimede, Via Trieste 63. Prima lezione il 21 gennaio 2009.

**Prerequisiti:** Teoria della misura ed integrazione alla Lebesgue (teoremi di passaggio al limite, Fubini, Tonelli, disuguaglianza di Hölder, spazi  $L^p$ ); concetti base del calcolo delle probabilità (variabili aleatorie, indipendenza, speranza, funzioni caratteristiche, lemma di Borel–Cantelli); analisi funzionale elementare (spazi di Hilbert).

**Tipologia di esame:** Homeworks oppure seminario su argomento di approfondimento indicato dal docente.

**SSD:** MAT/06

**Obiettivi del corso:** I *processi di diffusione* costituiscono un paradigma moderno per la descrizione di numerosi fenomeni di tipo fisico (fenomeni di diffusione del calore, evoluzione di fluidi, etc.) e/o applicativo (come per esempio nel caso della descrizione dei mercati finanziari o nel trattamento dei segnali sottoposti a disturbi). Da un punto di vista formale, la teoria si poggia sul moderno calcolo delle probabilità ed, in particolare, sull'analisi stocastica. Lo scopo del corso è di fornire i fondamenti e le tecniche principali di questa teoria su una base rigorosa nonché di illustrarne le applicazioni in vari ambiti, con particolare attenzione ai metodi probabilistici nella teoria delle Equazioni a Derivate Parziali.

**Programma del corso:** Costruzione del moto browniano e proprietà delle sue traiettorie. Integrale stocastico e sue proprietà principali, differenziali stocastici e formula di Ito. Equazioni differenziali stocastiche: esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati. Proprietà delle traiettorie. Effetto del cambiamento dei coefficienti di un'equazione sulle proprietà probabilistiche delle soluzioni. Esplosione delle soluzioni. Flusso stocastico e proprietà di Markov. Operatori di transizione ed equazione di Kolmogorov. Esistenza ed unicità delle soluzioni (strette e classiche) dell'equazione di Kolmogorov. Effetto regolarizzante. Formula di Feynman–Kač. Equazione di Fokker–Planck ed esistenza della soluzione fondamentale dell'equazione di Kolmogorov. Formula di rappresentazione probabilistica per l'equazione di Poisson.

A seconda degli interessi dei partecipanti ed in funzione della disponibilità di tempo potrà essere introdotto uno tra i seguenti argomenti: spettro dell'operatore di Schrödinger; teoria ergodica per processi di diffusione; diffusioni infinito dimensionali e introduzione alle equazioni a derivate parziali stocastiche.

## Bibliografia:

Freidlin M., FUNCTIONAL INTEGRATION AND PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS, Princeton University Press, 1985.

McKean H.P., STOCHASTIC INTEGRALS, Academic Press, 1969.

Ventsel A.D., TEORIA DEI PROCESSI STOCASTICI, Editori Riuniti, 1983.

Saranno disponibili le note del corso all'indirizzo <http://www.math.unipd.it/~parsifal>

---

\*\*\* Corso mutuato dalla *Scuola Galileiana di Studi Superiori*