Introduzione ai processi di diffusione

Prof. Paolo Guiotto[1]

[1] *Università di Padova*
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Email: parsifal@math.unipd.it

Calendario: 30 ore svolte dalle 11.30 alle 13.15, aula 2BC/30, Torre Archimede, nei giorni 27, 28, 31 marzo, 2, 3, 8, 10, 15, 17, 22, 24, 28, 30 aprile, 5, 7 maggio.

Prerequisiti: teoria della misura e integrazione alla Lebesgue (in particolare: teoremi di passaggio al limite, spazi L^p, disuguaglianza di Holder), analisi funzionale elementare (spazi di Hilbert). Non sono richiesti particolari prerequisiti di probabilità anche se una familiarità con la nozione di variabile aleatoria e di v.a. indipendenti è utile.

Tipologia di esame: Homeworks oppure seminario su argomento di approfondimento indicato dal docente.

SSD: MAT/06

Obiettivi del corso:
Il corso si propone di introdurre al calcolo stocastico mirato allapplicazione ai metodi risolutivi di Equazioni a Derivate Parziali di tipo parabolico ed ellittico attraverso formule di rappresentazione delle soluzioni.

Programma del corso:

1. **Moto browniano** - Costruzione di LevyCiesielskii. Proprietà di regolarità delle traiettorie.
2. **Calcolo stocastic** - Integrale di Wiener. Processi prevedibili ed Integrale di Ito. Proprietà dell'integrale. Definizione di martingala e disuguaglianze di Doob. Variazione quadratica e disuguaglianza di Skorokhod. Regolarità delle traiettorie di un integrale stocastico. Differenziali stocastici e formula di Ito.
3. **Equazioni Differenziali Stocastiche** - Definizione di soluzione. Teorema di esistenza ed unicità con coefficienti globalmente lipschitziani. Esponenziale stocastico. Equazioni lineari ed applicazioni. Dipendenza dai dati iniziali. Esistenza ed unicità con coefficienti localmente lipschitziani. Formula di Cameron-Martin-Girsanov. Flusso stocastico e sue proprietà probabilistiche. Proprietà di Markov e semigruppo degli operatori di transizione.
4. **Processi di diffusione ed Equazioni a derivate parziali** - Equazione di Kolmogorov: esistenza ed unicità di soluzioni strette; formula di Elworthy; effetto regolarizzante ed esistenza ed unicità di soluzioni classiche. Formula di Feynman-Kač. Equazione di Fokker-Planck e legame con l'equazione di Kolmogorov. Esistenza ed unicità della soluzione fondamentale.
5. **Applicazioni** - Spettro dell'operatore di Schrödinger. Formule di rappresentazione per problemi al contorno di tipo ellittico.

Bibliografia:
Freidlin M., Functional Integration and Partial Differential Equations, Princeton University Press, 1985.
McKean H.P., Stochastic Integrals, Academic Press, 1969.
Ventsel A.D., Teoria dei Processi Stocastici, Editori Riuniti, 1983.
Saranno disponibili le note del corso all'indirizzo http://www.math.unipd.it/˜parsifal