

Metodi formali in algebra commutativa

Prof. Peter Schuster¹

¹Un. Monaco, Germania

Calendario: 15.30 - 17.30 in aula 1BC/45 nei giorni
Ottobre: 15, 16, 17 (aula 1BC/50), 21, 22, 23, 28, 29, 30
Novembre: 04, 05

Contenuti del corso:

Reticoli distributivi, topologie formali, definizioni induttive Lo spettro di Zariski senza punti secondo Joyal La definizione coinduttiva di un predicato di positività Il concetto di un fascio su uno spazio formale Anelli e morfismi locali, la categoria di geometrie formali La proprietà universale senza punti dello spettro di Zariski Definizione induttiva della dimensione di Krull Principi local-global effettivi cioè senza punti Dimostrazioni elementari del teorema di Krull sugli ideali principali e dei teoremi di Kronecker e di Eisenbud-Evans-Storch Riscrittura elementare della nozione di un modulo proiettivo Trattamento elementare della congettura di Serre e dei teoremi di Horrocks, Quillen-Suslin, Bass e Forster-Swan Dimensione relativa, secondo Espanol, di un morfismo di anelli Teoria induttiva della dimensione di Heitmann, caso di anelli non-noetheriani Generalizzazioni dei sopramenzionati teoremi a quel caso

Programma del corso:

Dall'anno 2001 in poi Coquand, Lombardi e altri hanno effettuato una realizzazione parziale del programma di Hilbert nel settore dell'algebra commutativa, combinando la precedente algebra dinamica di Coste, Lombardi e Roy coi metodi della topologia formale secondo Martin-Lf e Sambin. Come già per Hilbert stesso l'idea di base è l'eliminazione dei modelli: ogni teorema su oggetti concreti viene dimostrato allo stesso livello concettuale, cioè con i soli metodi finiti e senza utilizzare elementi ideali. Sebbene l'esistenza di tali dimostrazioni elementari sia garantita a priori dagli appropriati teoremi di completezza del sottostante calcolo logico formale, non è affatto banale trovare una dimostrazione elementare di un teorema dato. La caratteristica principale dell'approccio formale all'algebra commutativa è che si procede, come nella topologia formale, in una maniera point-free: senza riferirsi ai punti dello spettro di Zariski cioè agli ideali primi dell'anello commutativo in considerazione. Oltre agli evidenti vantaggi dal punto di vista della proof theory, dall'approccio formale si guadagnano dimostrazioni algoritmiche che sono utili sia per l'estrazione diretta di programmi che eventualmente per uno sviluppo sintetico dell'algebra computazionale.

Responsabile nel Consiglio di Dottorato: Giovanni Sambin

Note aggiuntive: Lezioni in italiano, su richiesta in inglese.

Saranno utili, ma non strettamente indispensabili, nozioni di algebra commutativa/geometria algebrica e di logica matematica